



## EXAMEN - IG3 - 2020/2021

### MATHÉMATIQUES DE LA DÉCISION

Le sujet est composé de 3 exercices. Tout document et matériel électronique sont interdits, sauf calculatrices. Il sera tenu compte de la clarté et de la précision de la rédaction.

Durée : 1 heure.

---

**Exercice 1.** (4 points) Répondre par Vrai ou Faux sans justifier les propositions suivantes :

- (1) Une matrice carrée est inversible si et seulement si son déterminant est non nul.
- (2)  $AB = BA \quad \forall A, B \in M_n(\mathbb{R})$ .
- (3)  $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1} \quad \forall A, B \in GL_n(\mathbb{R})$ .
- (4) Si un problème d'optimisation linéaire admet une solution optimale, elle est unique.

**Exercice 2.** (6 points) On considère le système d'équations linéaires suivant :

$$(S) \begin{cases} ax + y - z = 0 \\ a^2x + y + z = 0 \\ a^3x + y - z = 0 \end{cases}$$

où  $a \in \mathbb{R}$ . Déterminer l'ensemble des solutions de (S) en fonction de  $a$ .

**Exercice 3.** (10 points) On considère le problème d'optimisation linéaire suivant :

$$(P) \begin{aligned} \max \quad & f = 2x_1 + x_2 \\ \text{s.c.} \quad & x_1 + x_2 \leq 2 \\ & 2x_1 - x_2 \leq 1 \\ & x_1, x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

- (1) Faire un graphe décrivant les contraintes et l'ensemble réalisable du problème (P).
- (2) Écrire le problème (P) sous forme standard puis sa matrice augmentée  $M$ .
- (3) Appliquer la méthode du simplexe sur  $M$  en précisant à chaque itération les variables de base et le pivot choisit.
- (4) Le problème (P) admet-il une solution optimale  $(x_1, x_2)$ ? Si oui, la donner ainsi que la valeur de la fonction objectif obtenue puis vérifier si cela concorde avec le graphe.