



EXAMEN 2 - IG3 - 2020/2021

MATHÉMATIQUES DE LA DÉCISION

Le sujet est composé de 3 exercices. Tout document et matériel électronique sont interdits. Il sera tenu compte de la clarté et de la précision de la rédaction.

Durée : 1 heure.

Exercice 1. (4 points) Répondre par Vrai ou Faux sans justifier les propositions suivantes :

- (1) Un système d'équations linéaires admet soit une unique solution, soit une infinité de solutions.
- (2) Une matrice carrée est inversible si et seulement si son déterminant est nul.
- (3) Permuter deux colonnes d'un déterminant ne change pas sa valeur.
- (4) $(AB)^T = B^T A^T \quad \forall A, B \in M_3(\mathbb{R})$.

Exercice 2. (6 points) On considère le système d'équations linéaires suivant :

$$(S) \begin{cases} x + y + z = a \\ x + ay + z = 0 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$$

où $a \in \mathbb{R}$. Déterminer l'ensemble des solutions de (S) en fonction de a .

Exercice 3. (10 points) On considère le problème d'optimisation linéaire suivant :

$$(P) \begin{aligned} \max \quad & f = x_1 + 3x_2 \\ \text{s.c.} \quad & -x_1 + x_2 \leq 2 \\ & x_1 + x_2 \leq 4 \\ & x_1 - 2x_2 \leq 2 \\ & x_1, x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

- (1) Faire un graphe décrivant les contraintes et l'ensemble réalisable du problème (P).
- (2) Écrire le problème (P) sous forme standard puis sa matrice augmentée M .
- (3) Appliquer la méthode du simplexe sur M en précisant à chaque itération les variables de base et le pivot choisit.
- (4) Le problème (P) admet-il une solution optimale (x_1, x_2) ? Si oui, la donner ainsi que la valeur de la fonction objectif obtenue puis vérifier si cela concorde avec le graphe.